

Mehanika fluida

- Fluidi:
 - Tečnosti-stalna zapremina, zauzimaju oblik suda.
 - Gasovi-niti stalni oblik, niti stalna zapremina.
- Statika fluida-ravnoteža fluida.
- Dinamika fluida-kretanje fluida pod dejstvom stalnih sila.

Gustina i pritisak

- Gustina je skalarna veličina.
- Jedinica je kg/m^3 .
- Pritisak je skalarna veličina.
- Jedinica je paskal
 $\text{Pa} = \text{N/m}^2$.

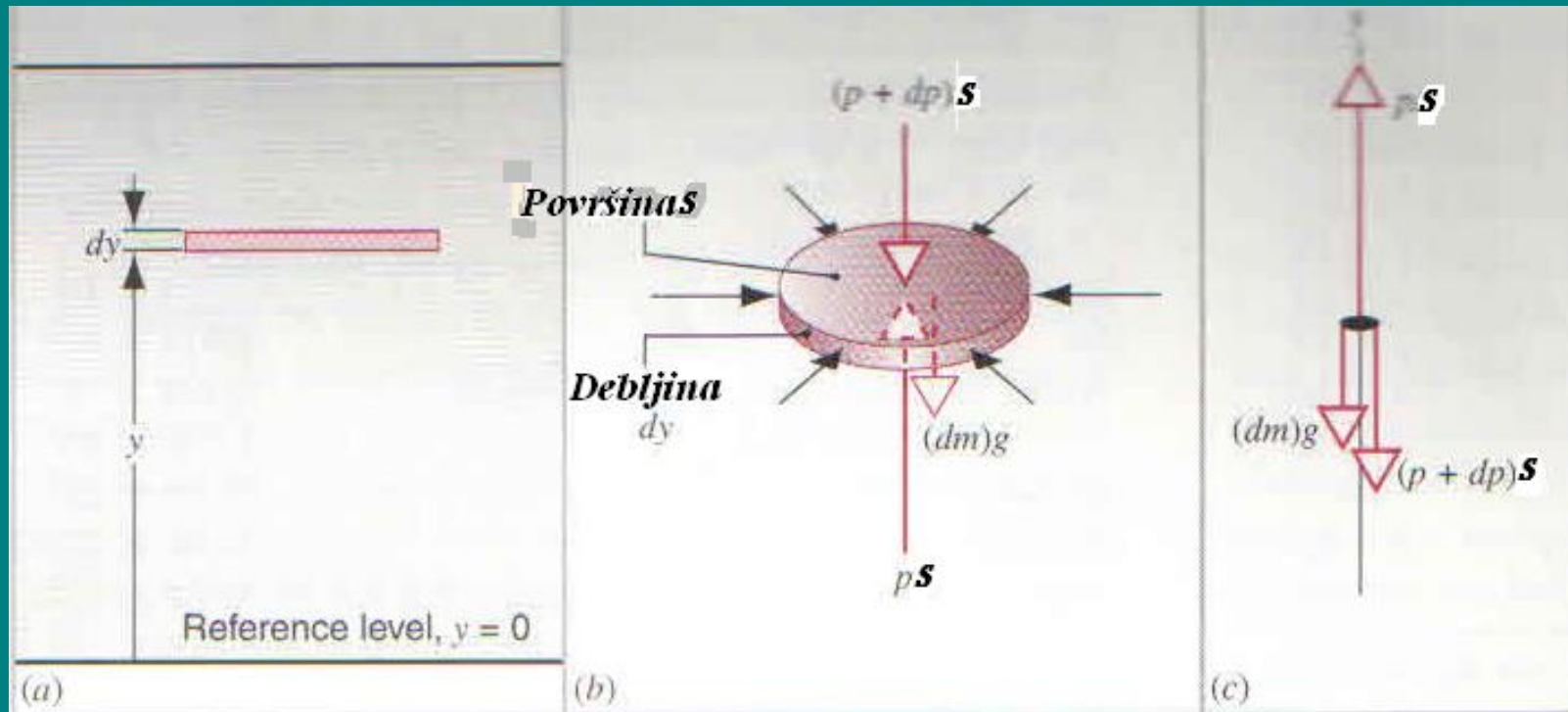
$$\rho = \frac{dm}{dV}$$

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \text{Ravnomerna gustina}$$

$$p = \frac{dF}{ds}$$

$$p = \frac{F}{S} \quad \text{Pritisak stalne sile na ravnu površinu}$$

Hidrostatički pritisak

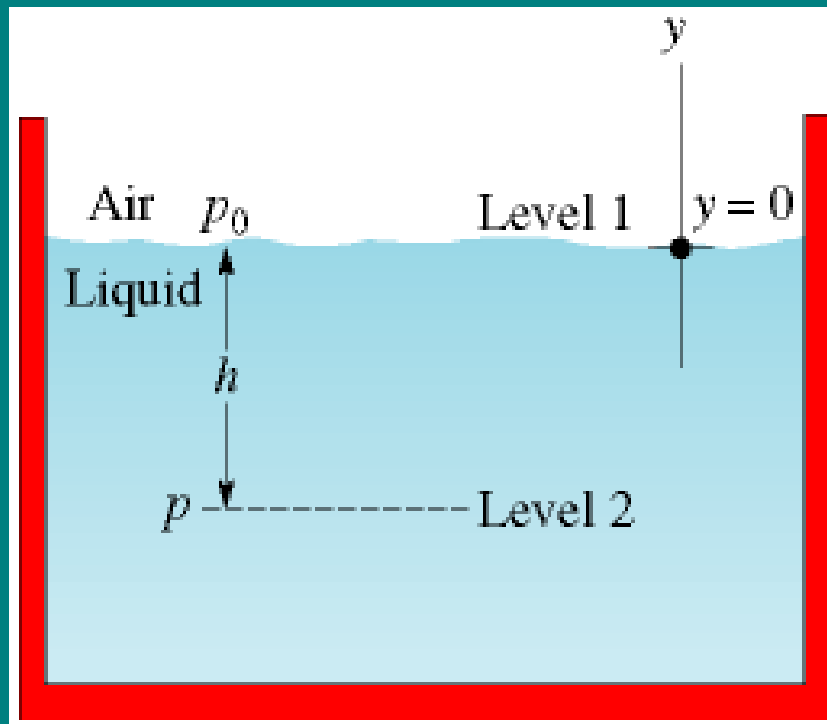


$$\Sigma F_y = ps - (p + dp)s - \rho g s dy = 0$$

$$\frac{dp}{dy} = -\rho g \Rightarrow \int_{p_1}^{p_2} dp = -\int_{y_1}^{y_2} \rho g dy \Rightarrow p_2 - p_1 = -\rho g (y_2 - y_1)$$

$$p_2 = p_1 + \rho g (y_1 - y_2)$$

$$p_2 = p_1 + \rho g(y_1 - y_2)$$

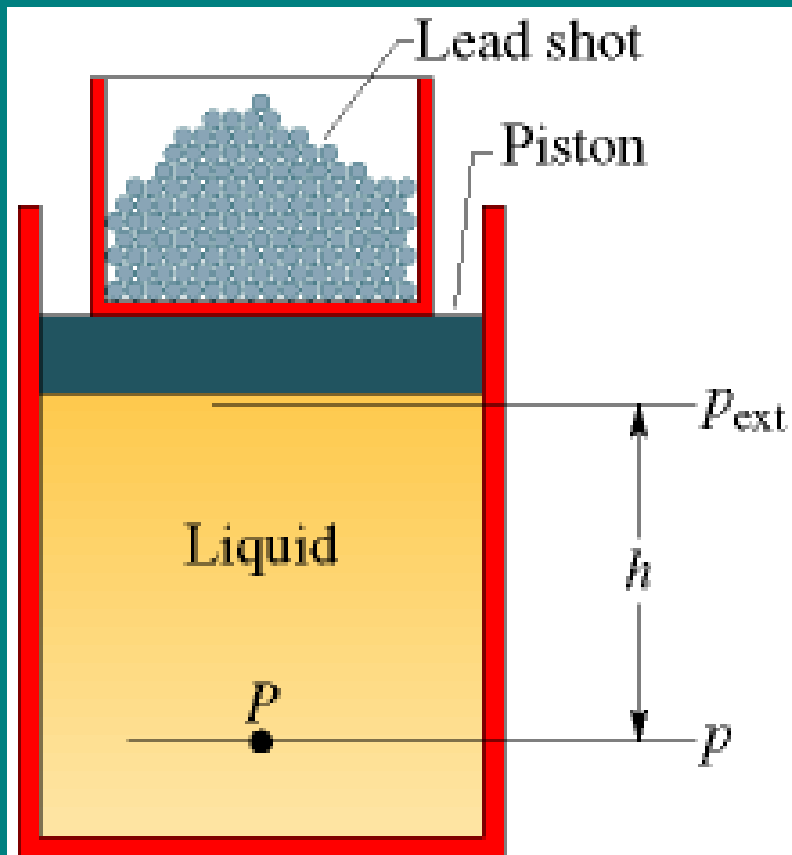


$$y_1 = 0, \quad p_1 = p_0 \quad \text{and} \quad y_2 = -h, \quad p_2 = p$$

$$p = p_0 + \rho g h \quad (\text{Pritisak na dubini } h.)$$

Paskalov zakon

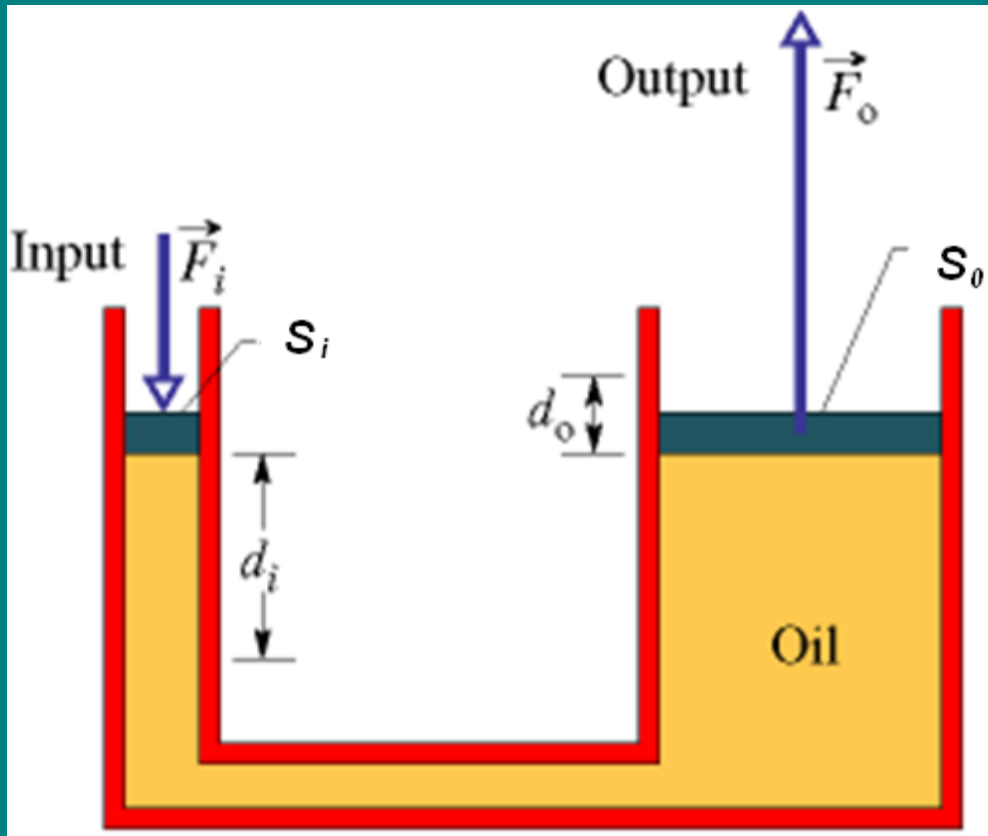
Pritisak na nekom mestu u tečnosti može da potiče od težine same tečnosti ili od delovanja spolja. Pritisak na površinu tečnosti prenosi se u svim pravcima i jednak je u svim tačkama statične tečnosti.



$$p = P_{ext} + \rho g h.$$

$$\Delta p = \Delta P_{ext}.$$

Hidraulična dizalica



$$\Delta p = \frac{F_i}{S_i} = \frac{F_o}{S_o}$$

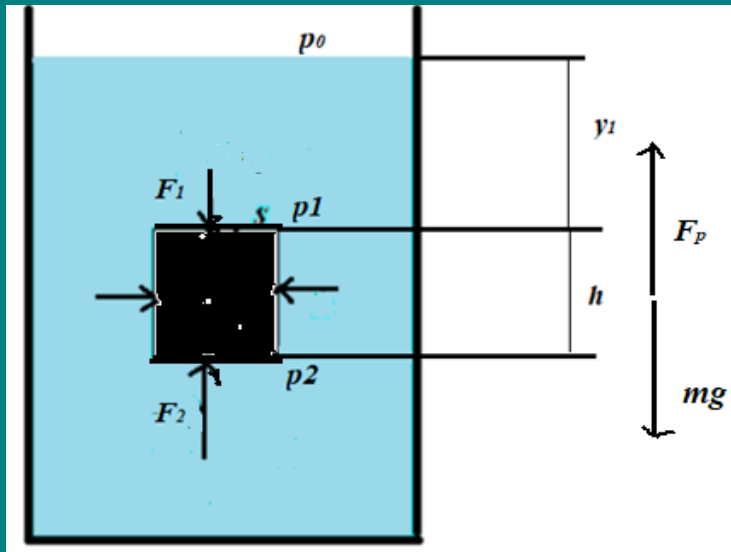
$$F_o = F_i \frac{S_o}{S_i}$$

$$V = S_i d_i = S_o d_o$$

$$d_o = d_i \frac{S_i}{S_o}$$

$$A = F_o d_o = \left(F_i \frac{S_o}{S_i} \right) \left(d_i \frac{S_i}{S_o} \right) = F_i d_i$$

Sila potiska i Arhimedov zakon



$$F_p = F_2 - F_1$$

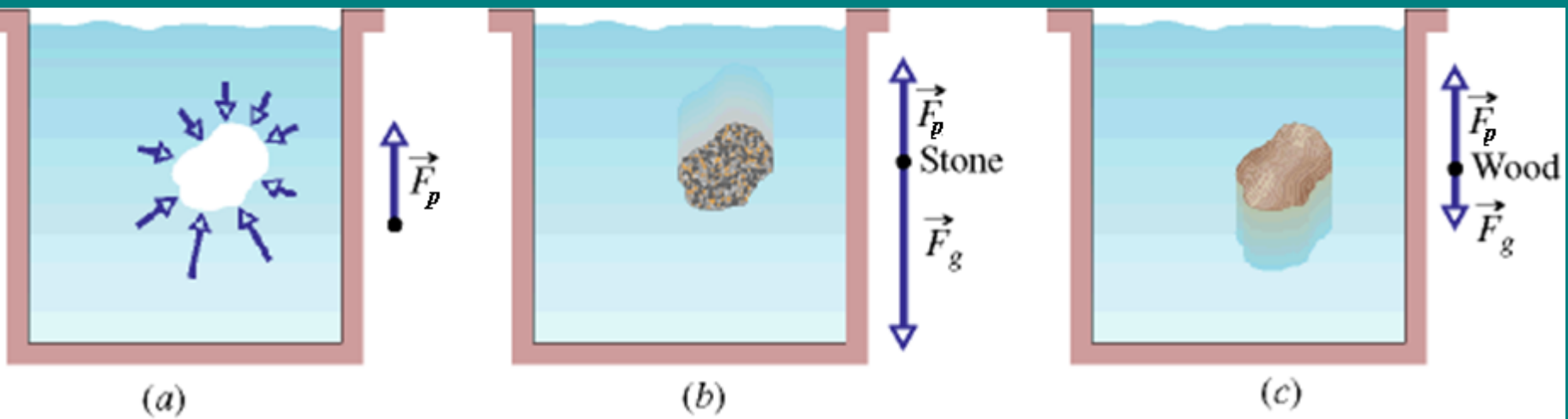
$$F_1 = p_1 s = (p_0 + \rho g y_1) s$$

$$F_2 = p_2 s = (p_0 + \rho g (y_1 + h)) s$$

$$F_p = \rho g h s = \rho g V$$

$$F_p = m_f g \quad \text{Sila potiska}$$

Na telo potopljeno u tečnost vertikalno navise deluje sila potiska F_p čiji je intenzitet jednak težini telom istisnute tečnosti. Potisak je posledica rasta hidrostatičkog pritiska sa dubinom.

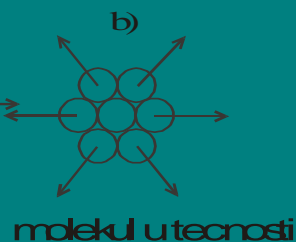
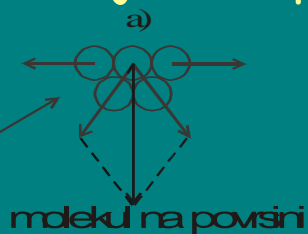
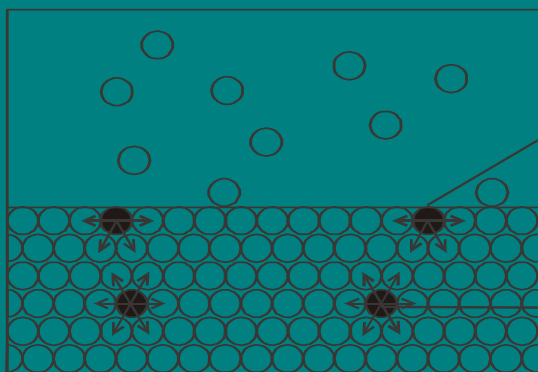
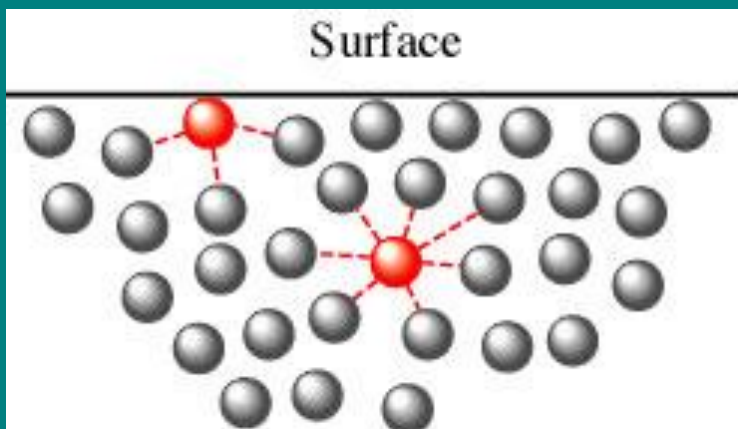
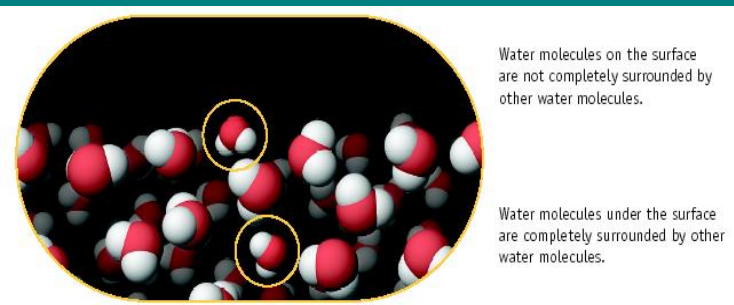


- Ako je gustina tela ista kao i gustina tečnosti telo lebdi.
- Ako je gustina tela veća od gustine tečnosti, telo tone.
- Ako je gustina tela manja od gustine tečnosti, telo pliva.

Površinski napon

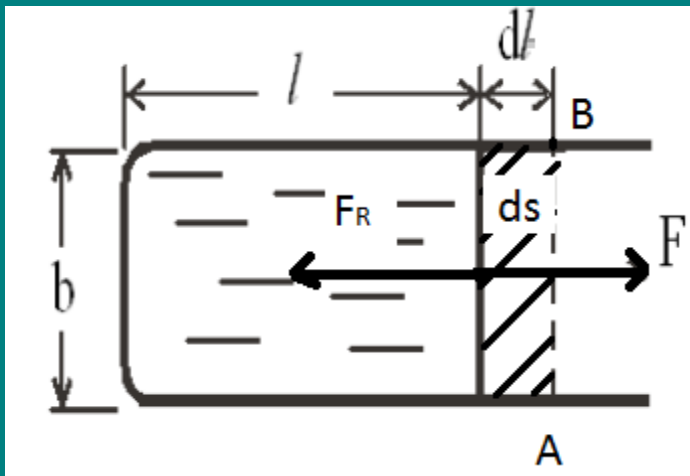
Površinski napon = otpor tečnosti da poveća svoju površinu.

- Molekuli na površini nisu uključeni u sve međumolekulske interakcije
- Potrebna je energija da se molekul iz unutrašnjosti dovede na površinu
- Što su jače međumolekulske sile to je veći površinski napon



Površina tečnosti: Površinski napon

- Tečnosti imaju jedinstvenu osobinu da zauzimaju oblik koji ima za datu zapreminu minimalnu površinu.
- Najmanji odnos površina-zapremina: sferna kapljica.
- Ova slobodna površina može se povećati ulaganjem rada dA . Rad je upravo srazmeran novonastaloj površini: $\Delta A = \gamma \Delta s$.



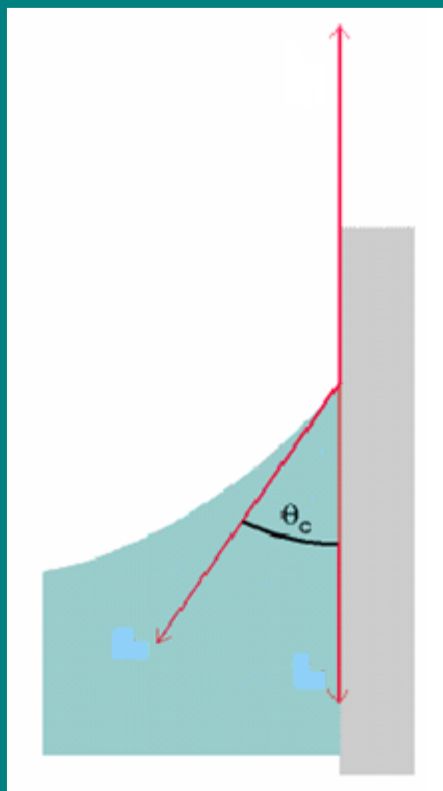
$$dA = \gamma ds$$

$$dA = F dl = \gamma ds = \gamma(2b dl)$$

$$\gamma = \frac{dA}{ds} = \frac{F}{2b}$$

Koeficijent površinskog napona γ je rad potreban da se slobodna površina tečnosti poveća za jedinicu ili sila koja deluje na jedinicu dužine kraja površine tečnosti. Jedinica je J/m² ili N/m.

Uticaj molekularnih sila na oblik površine na granici tečnosti i čvrstog tela



ATHEZIONE SILE između Hg i stakla



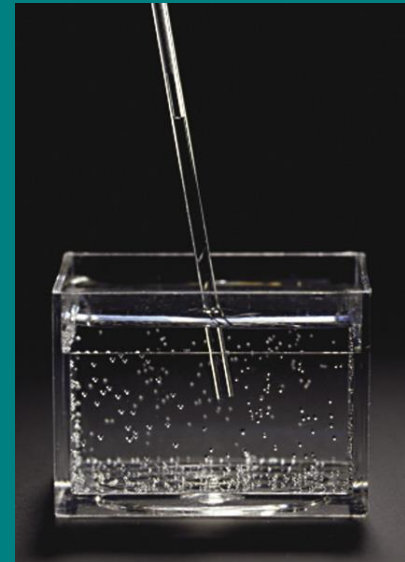
KOHEZIONE SILE

Visok površinski napon zbog jačih kohezivnih sila od adhezivnih dovodi do konveksnog meniska Hg u staklenoj cevi

Kapilarnost

Težnja tečnosti da se podiže u uskoj cevi, prečnika manjeg od 1 mm je kapilarnost a posledica je površinskog napona.

- Ako se kapilara uroni u vodu, voda ulazeći u cev kvasi zid cevi.
- Kako se tečnost podiže uz zid, površina tečnosti postaje zakrivljena (meniskus).
- Ako tečnost kvasi zid kapilare, nivo tečnosti u kapilari je viši od nivoa tečnosti u sudu (kapilarna atrakcija).
- Ako tečnost ne kvasi zid kapilare, nivo tečnosti u kapilari je niži od nivoa tečnosti u sudu (kapilarna depresija).



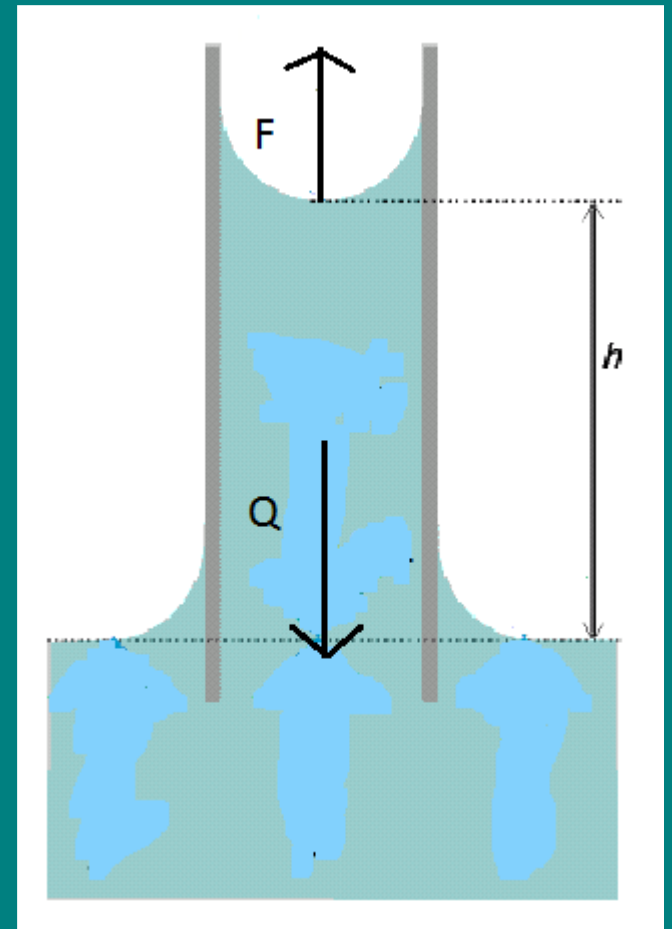
Kapilarno podizanje

Tečnost se penje u kapilari dok se sila površinskog napona koja deluje po obimu meniska ne izjednači sa težinom stuba tečnosti :

$$F = Q$$

$$2\pi r\gamma = \rho g r^2 \pi h$$

$$\gamma = \frac{\rho g r h}{2}$$

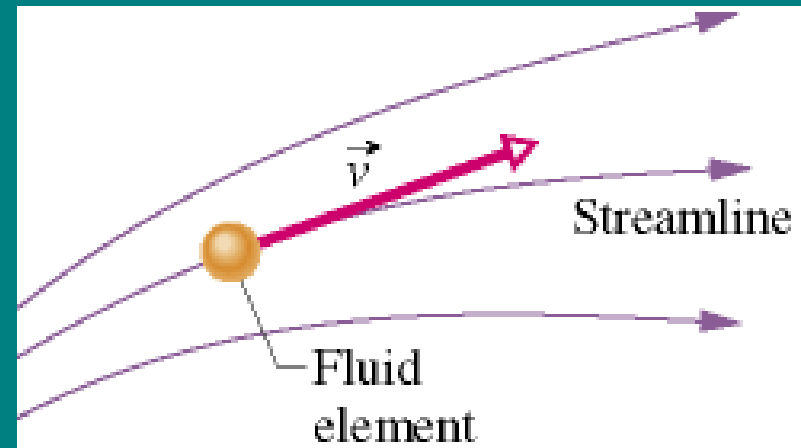


Dinamika idealnih fluida

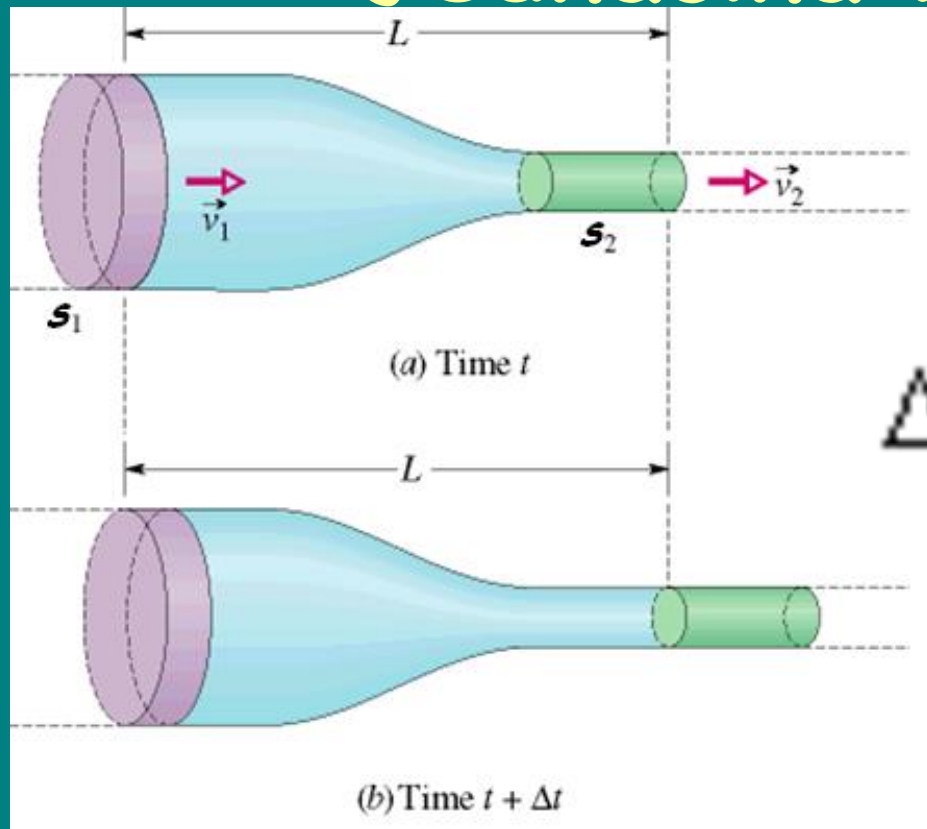
- Stacionaran tok: brzina u bilo kojoj fiksiranoj tački pokretnog fluida ne menja se sa vremenom ni po pravcu ni po intenzitetu.
- Nestišljiv fluid: konstantna gustina.
- Neviskozni fluid: ne postoji trenje koje se suprotstavlja toku.

Strujne linije i strujna cev

- Strujne linije ili strujnice su zamišljene linije duž kojih se kreću čestice fluida. To su krive linije čija je tangenta u svakoj tački fluida kolinearna sa vektorom brzine.
- Strujna cev je deo fluida ograničen strujnicama.



Jednačina kontinuiteta



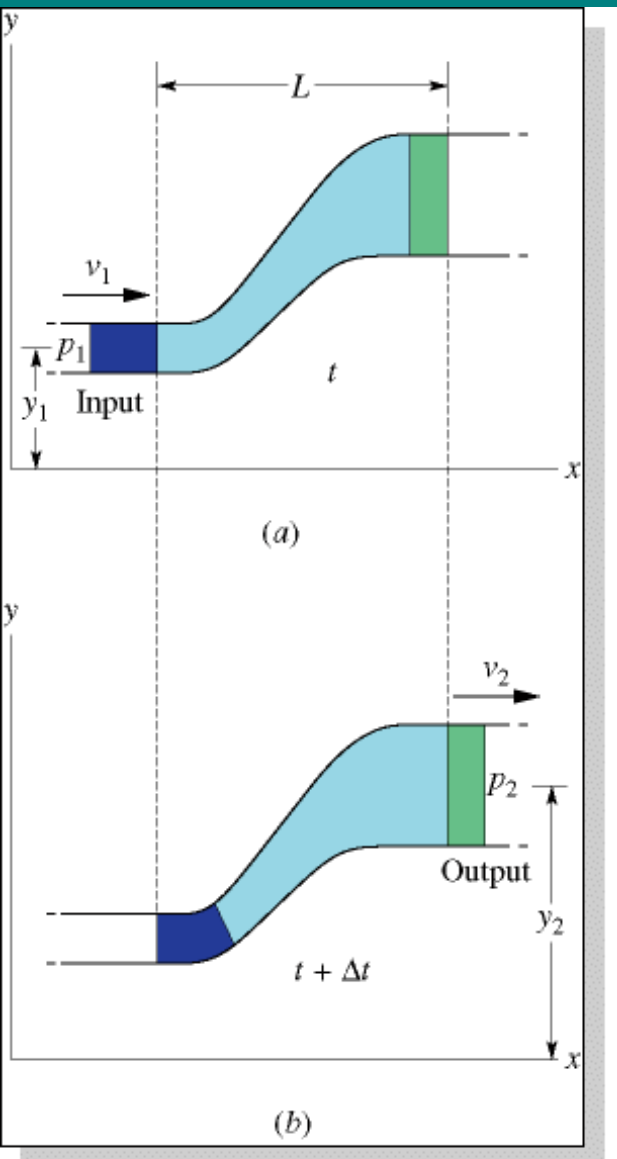
$$\Delta V = S \Delta x = S v \Delta t$$

$$\Delta V = S_1 v_1 \Delta t = S_2 v_2 \Delta t$$

$$S_1 v_1 = S_2 v_2 \text{ (jednačina kontinuiteta)}$$

$$Q = S v = \text{a constant} \quad \textit{Protok}$$

Bernulijeva jednačina



$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2.$$

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g y = \text{a constant} \quad (\text{Bernoulli's equation}).$$

$$v_1 = v_2 = 0$$

$$p_2 = p_1 + \rho g (y_1 - y_2),$$

$$y = 0$$

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2,$$

Dokaz Bernulijeve jednačine

$$A = \Delta K$$

$$A = A_g + A_p = \Delta K$$

$$F \Delta x = (pS)(\Delta x) = p(S\Delta x) = p\Delta V$$

$$\begin{aligned} A_p &= -p_2\Delta V + p_1\Delta V \\ &= -(p_2 - p_1)\Delta V \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta K &= \frac{1}{2} \Delta m v_2^2 - \frac{1}{2} \Delta m v_1^2 \\ &= \frac{1}{2} \rho \Delta V (v_2^2 - v_1^2), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_g &= -\Delta m g (y_2 - y_1) \\ &= -\rho g \Delta V (y_2 - y_1) \end{aligned}$$

$$-\rho g \Delta V (y_2 - y_1) - \Delta V (p_2 - p_1) = \frac{1}{2} \rho \Delta V (v_2^2 - v_1^2).$$

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2.$$

Viskoznost tečnosti

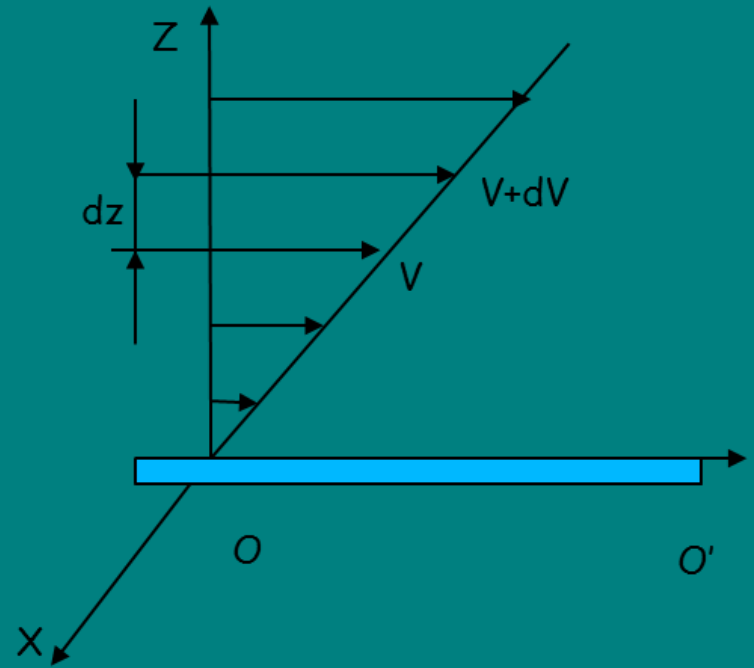
- Viskoznost predstavlja otpor kojim se pojedini slojevi tečnosti suprotstavljaju kretanju jednog sloja u odnosu na drugi, odnosno to je vrsta unutrašnjeg trenja koja dovodi do protoka fluida konstantnom brzinom.
- Zakon sile unutrašnjeg trenja formulisao je Njutn.

Njutnov zakon

Njutn je pokazao da je viskozna sila srazmerna dodirnoj površini slojeva, s , između kojih se pri rastojanju od dz održava konstantna razlika brzina dv , tako da Njutnov zakon za viskoznu silu glasi:

$$F = \eta S \frac{dv}{dz}$$

Tečnosti koje se pokoravaju Njutnovom zakonu pri laminarnom protoku su Njutnovske tečnosti.



$$F = \eta S \frac{dv}{dz} \Rightarrow \eta = \frac{F}{S} \frac{dz}{dv}$$

Koeficijent viskoznosti, η , brojno je jednak sili koja između slojeva jedinične površine, održava jedinični gradijent brzine.

Jedinica za dinamičku viskoznost je Pa s .

Fluid	η (Pa s)
voda	0,0011
alkohol	0,0013
glicerin	1,1

Rejnoldsov broj



Niske brzine $N_R < 2000$
Stacionaran protok

Protok →



Velike brzine $N_R > 3000$
Turbulentan protok

$$N_R = \frac{\rho \cdot v \cdot D}{\eta}$$

ρ je gustina fluida

v je srednja brzina fluida kroz cev

D je dijametar cevi

η je koeficijent viskoznosti

N_R bezdimenziono i poznato kao *Rejnoldsov broj*

Proticanje fluida kroz usku cev. Poazejev zakon

Posmatra se stacionarno proticanjenestišljivog fluida kroz usku cev pod dejstvom konstantne razlike pritiska.

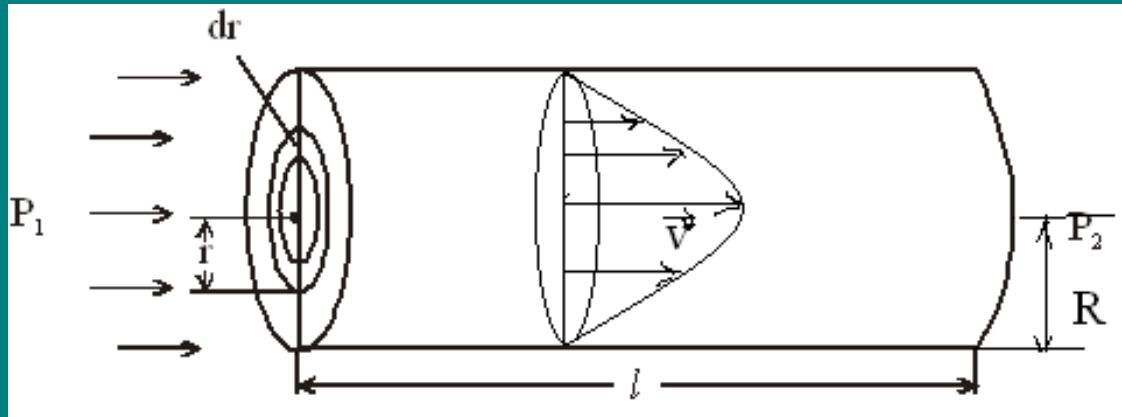
$$F = \eta 2\pi r l \frac{dv}{dr}$$

$$-\eta \frac{dv}{dr} \cdot 2\pi r l = \pi r^2 (P_1 - P_2)$$

$$dv = -\frac{(P_1 - P_2)}{2\eta l} r dr$$

$$\int_v^0 dv = -\frac{(P_1 - P_2)}{2\eta l} \int_r^R r dr$$

$$v = \frac{(P_1 - P_2)}{4\eta l} (R^2 - r^2)$$



$$dV = vt 2\pi r dr = \frac{(P_1 - P_2)}{2\eta l} \pi t (R^2 r - r^3) dr$$

$$V = \int_0^R \frac{(P_1 - P_2)}{2\eta l} \pi t (R^2 r - r^3) dr$$

$$V = \frac{(P_1 - P_2) \pi t}{2\eta l} \int_0^R (R^2 r - r^3) dr = \frac{(P_1 - P_2)}{8\eta l} \pi R^4 t$$